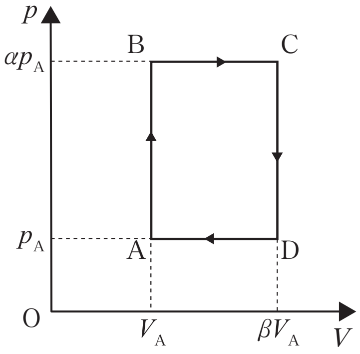
第29講　熱サイクルと熱効率

1

［　　］にあてはまる最も適当なものを対応する解答群の中から一つずつ選べ。

図は n [mol] の単原子分子理想気体からなる熱機関のサイクル A→B→C→D→A における体積 V と圧力 p の関係を示す。状態 A では圧力 p_A [Pa]，体積 V_A [m^3]，絶対温度 T_A [K] である。また，状態 B と C の圧力は αp_A，状態 C と D の体積は βV_A であり，状態 B の体積と状態 D の圧力はそれぞれ状態 A の体積と圧力に等しい。ただし，$\alpha > \beta > 1$ とし，気体定数を R [J/mol·K] とする。



(1)　状態 A，B，C，D の絶対温度 T_A，T_B，T_C，T_D の大小関係として正しいものは［　ア　］である。

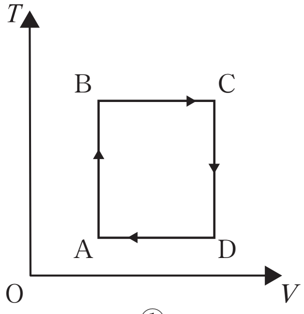
［　ア　］の解答群

① $T_A = T_D < T_B = T_C$　　② $T_A < T_B < T_D < T_C$

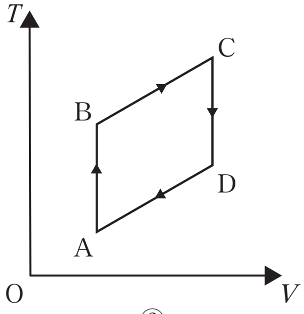
③ $T_A < T_D < T_B < T_C$　　④ $T_A < T_D < T_C < T_B$

(2)　このサイクルにおける体積 V と絶対温度 T との関係を表すグラフは［　イ　］である。

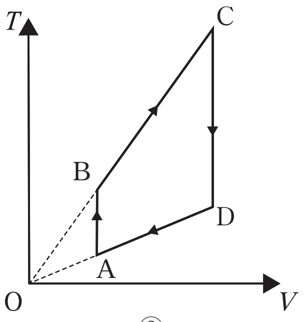
［　イ　］の解答群



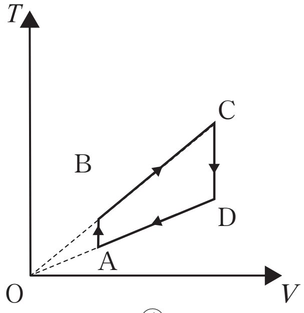
①



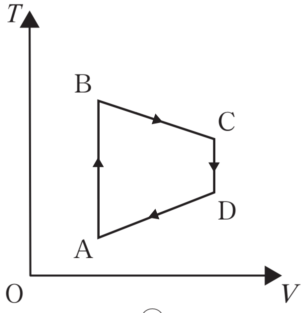
②



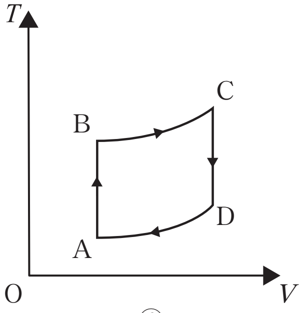
③



④



⑤



⑥

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(3)　A → B → C の過程で気体が外部から吸収した熱量 Q_1 [J] は [ウ] である。

[ウ] の解答群

① $\dfrac{3}{2}\beta(\alpha-1)nRT_A$　② $\dfrac{5\alpha\beta-2\alpha-3}{2}nRT_A$

③ $\dfrac{3\alpha+5\beta-8}{2}nRT_A$　④ $\dfrac{3}{2}(\alpha\beta-1)nRT_A$

⑤ $\dfrac{5}{2}\alpha(\beta-1)nRT_A$　⑥ $\dfrac{5}{2}(\alpha\beta-1)nRT_A$

(4)　C → D → A の過程で，気体が外部に放出した熱量 Q_2 [J] は [エ] である。

[エ] の解答群

① $\dfrac{3}{2}\beta(\alpha-1)nRT_A$　② $\dfrac{3}{2}(\alpha\beta-1)nRT_A$

③ $\dfrac{5}{2}\alpha(\beta-1)nRT_A$　④ $\dfrac{3\alpha+5\beta-8}{2}nRT_A$

⑤ $\dfrac{3\alpha\beta+2\beta-5}{2}nRT_A$　⑥ $\dfrac{5}{2}(\alpha\beta-1)nRT_A$

(5)　1サイクル A → B → C → D → A の間に気体が外部に対してした仕事の総量 W [J] は [オ] である。

[オ] の解答群

① $\alpha\beta nRT_A$　② $(\alpha-1)(\beta-1)nRT_A$

③ $\alpha(\beta-1)nRT_A$　④ $\beta(\alpha-1)nRT_A$

⑤ $\dfrac{3}{2}(\alpha-1)(\beta-1)nRT_A$　⑥ $\dfrac{5}{2}(\alpha-1)(\beta-1)nRT_A$

(6)　この熱機関の熱効率 e は [カ] となる。

[カ] の解答群

① $\dfrac{2\alpha\beta}{3\alpha+5\beta-8}$　② $\dfrac{2\alpha(\beta-1)}{3\alpha+5\beta-8}$

③ $\dfrac{2\alpha\beta}{3(\alpha\beta-1)}$　④ $\dfrac{2(\alpha-1)(\beta-1)}{5(\alpha\beta-1)}$

⑤ $\dfrac{2(\alpha-1)(\beta-1)}{5\alpha\beta-2\alpha-3}$　⑥ $\dfrac{2\alpha\beta}{3\alpha\beta+2\beta-5}$

⑦ $\dfrac{2(\alpha-1)(\beta-1)}{3(\alpha\beta-1)}$　⑧ $\dfrac{2\alpha(\beta-1)}{3\beta(\alpha-1)}$

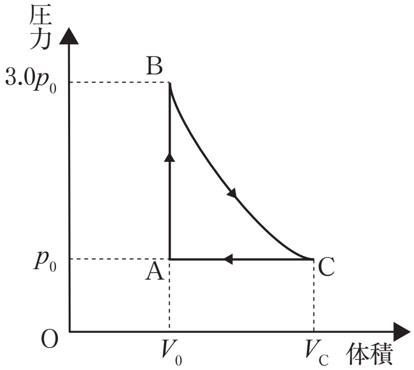
ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

ピストンのついたシリンダーに定積モル比熱が$\frac{3}{2}R$の理想気体を一定量 n [mol] 入れ，その圧力 p と体積 V を，図に示すように A → B → C → A と変化させる。ここで，B → C は断熱変化で，状態 C の温度は状態 B の温度の 0.64 倍となった。状態 A の圧力および体積を p_0 および V_0，状態 B の圧力を $3.0p_0$ としたとき，以下の問に p_0，V_0，n，R を用いて答えよ。ただし，R は気体定数である。



(1)　状態 A，B の温度 T_A と T_B を求めよ。

(2)　A → B の変化で気体に加えられた熱量 Q_{AB} を求めよ。

(3)　B → C の変化で気体がした仕事 W_{BC} を求めよ。

(4)　C → A の変化で気体がした仕事 W_{CA} を求めよ。

(5)　A → B → C → A のサイクルを熱機関と考えた場合に，熱効率 e を計算して有効数字 2 桁で％で表せ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

次の問題の[ ]の中に入れるべき正しい答を，それぞれの解答群の中から選びなさい。必要なら同一番号をくり返し用いてよい。

温度と体積を自由に増減させることができる装置に，1 mol の単原子分子理想気体を閉じ込めた。最初，気体の体積は V_1 で温度は T_1 であった。この装置を用いて，次の操作1から4を順に行うと，気体に与えた熱を仕事に変化させることができる。

操作1　体積を V_1 に保ったまま，気体の温度を T_1 から T_2 まで増加させる。
操作2　温度を T_2 に保ったまま，体積を V_1 から V_2 まで増加させる。
操作3　体積を V_2 に保ったまま，気体の温度を T_2 から T_1 まで減少させる。
操作4　温度を T_1 に保ったまま，体積を V_2 から V_1 まで減少させる。

4つの操作について外部から気体に与えた熱量と気体がした仕事に注目して以下の計算を行った。ただし気体定数を R とする。また，仕事の計算では，気体が外部に対して仕事をした場合を正とする。

(1)

操作1から操作4までの気体の状態変化を，横軸が体積 V，縦軸は圧力 p のグラフに表現すると，[(ア)]のようになる。

(2)

操作1を行うと，気体の内部エネルギーは[(イ)]だけ増加する。一方，操作1で気体が外部にした仕事 W_1 は[(ウ)]なので，外部から気体に与えられた熱量 Q_1 は[(エ)]である。

(3)

操作2，操作4の過程では，気体はそれぞれ W_2，W_4 の仕事をしているが，それぞれ直接計算して求めることは難しい。しかし，二つの操作ではそれぞれ温度が一定であることと，体積の変化の大きさが同じであることに注意すると，仕事の比は $\frac{W_4}{W_2}=$ [(オ)]と簡単に表すことができる。この二つの過程のうち，気体に外部から熱が与えられたのは[(カ)]であり，その熱量は[(キ)]に等しい。

(4)

操作1から操作4を順番に行うと，装置自身はもとの状態にもどり，与えられた熱の一部が仕事に変化する。このような操作をくり返し行い熱を仕事に変える装置を一般に熱機関という。操作1から操作4まで状態変化を一周行う間に，熱機関内の気体は外部から熱量 Q_{IN}

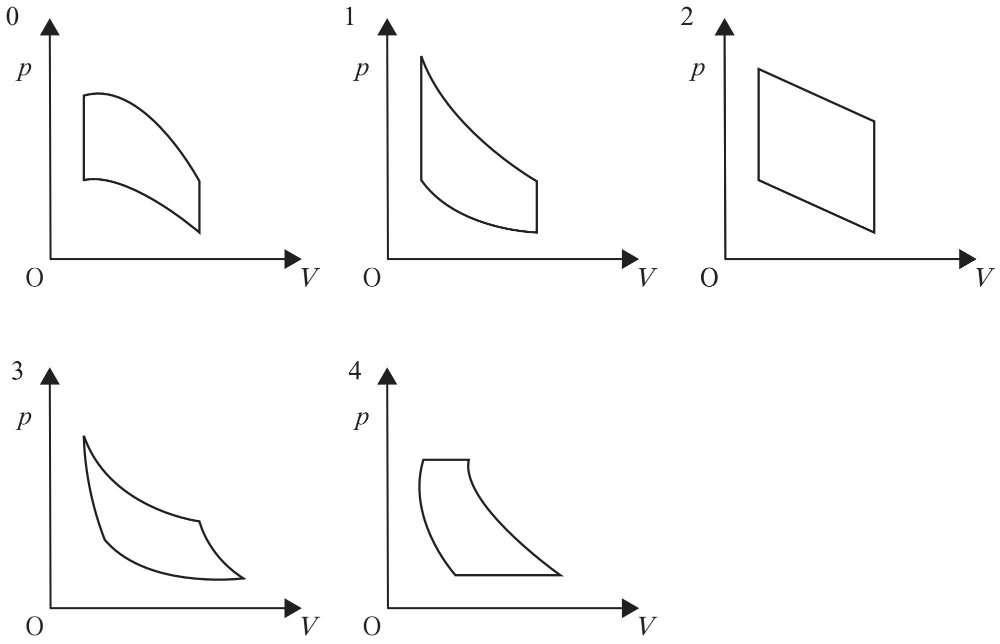
ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

を与えられ，その一部で仕事をし，残りの熱量 Q_{OUT} を外部に放出する。熱機関がした仕事の合計を W_{N} とすると，熱機関の効率 e は，$e=\dfrac{W_{\mathrm{N}}}{Q_{\mathrm{IN}}}$ で定義される。操作３はこの装置が熱を［(ク)］過程であることに注意し，今まで計算した結果を用いると，$e=$［(ケ)］となる。この熱機関では体積の変化（V_1 と V_2 の差）が非常に大きくなるように装置を作ると効率がよくなることが知られており，そのときは $e\fallingdotseq$［(コ)］と簡単に表すことができる。

［(ア)］の解答群



［(イ)］，［(ウ)］，［(エ)］の解答群

0　0

1　$\dfrac{1}{2}R(T_2-T_1)$

2　$\dfrac{1}{2}R(T_1-T_2)$

3　$R(T_2-T_1)$

4　$\dfrac{3}{2}R(T_2-T_1)$

5　$\dfrac{3}{2}R(T_1-T_2)$

6　$\dfrac{5}{2}R(T_2-T_1)$

7　$\dfrac{RT_1}{V_1}(V_2-V_1)$

8　$\dfrac{RT_2}{V_1}(V_2-V_1)$

9　$\dfrac{RT_1}{V_1}(V_2-V_1)+\dfrac{3}{2}R(T_1-T_2)$

10　$\dfrac{RT_2}{V_1}(V_2-V_1)+\dfrac{5}{2}R(T_2-T_1)$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(オ) の解答群

0 $-\dfrac{T_1V_1}{T_2V_2}$　1 $-\dfrac{3T_1}{5T_2}$　2 $\left(\dfrac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{5}{3}}$　3 $-\dfrac{V_1}{V_2}$

4 $\dfrac{3T_1}{5T_2}$　5 $-\dfrac{T_1}{T_2}$　6 $\dfrac{T_2V_1}{T_1V_2}$　7 $-\dfrac{T_2(V_1)^{\frac{1}{3}}}{T_1(V_2)^{\frac{1}{3}}}$

8 $-\dfrac{T_2-T_1}{T_1+T_2}$　9 $-\left(\dfrac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{5}{3}}$　10 $\dfrac{T_1V_1}{T_2V_2}$

(カ) の解答群

0 操作2　1 操作4

(キ) の解答群

0 W_1　1 W_2　2 W_4　3 Q_1

(ク) の解答群

0 吸収する　1 変化させない　2 放出する

(ケ) の解答群

0 $\dfrac{W_2+W_4}{Q_1}$　1 $\dfrac{W_1+W_4}{Q_1}$　2 $\dfrac{W_1+W_2}{2Q_1}$　3 $\dfrac{W_1+W_4}{2Q_1}$

4 $\dfrac{W_2+W_4}{2Q_1}$　5 $\dfrac{W_1+W_4}{W_2+Q_1}$　6 $\dfrac{W_2+W_4}{W_2+Q_1}$　7 $\dfrac{W_2+W_4}{W_4+Q_1}$

8 $\dfrac{W_1+W_2}{W_4+Q_1}$　9 $\dfrac{2W_1+W_2+W_4}{W_1+2Q_1}$　10 $\dfrac{W_1+W_2+W_4}{W_1+2Q_1}$

(コ) の解答群

0 $\dfrac{1}{3}$　1 $\dfrac{3}{5}-\left(\dfrac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{5}{3}}$　2 $1-\dfrac{V_1}{V_2}$　3 $\dfrac{2}{3}$

4 $\dfrac{5T_2-3T_1}{5T_2}$　5 $\dfrac{5V_2-3V_1}{5V_2}$　6 $1-\left(\dfrac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{5}{3}}$　7 $\dfrac{3T_2-5T_1}{5T_2}$

8 $1-\dfrac{T_1}{T_2}$　9 $\dfrac{V_2-V_1}{V_1+V_2}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

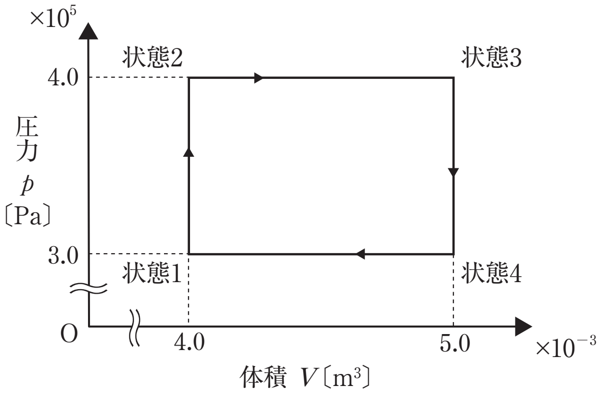
< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第29講　確認テスト

図に示すような状態変化を繰り返す熱機関に0.5molの理想気体が入っている。この気体の定積モル比熱をC_V＝12.5 J/mol·Kとして，次の問に答えよ。



(1)　このサイクルでの最高温度は500Kである。
各状態での温度は，状態1，状態2，状態3，状態4の順にそれぞれ何Kか。

(2)　状態2から状態3に変化する間に気体がした仕事は何Jか。

(3)　状態4から状態1に変化する間に気体にされた仕事は何Jか。

(4)　状態1から状態2に変化する間に気体に与えられた熱量は何Jか。

(5)　状態2から状態3に変化する間に気体に与えられた熱量は何Jか。

(6)　この熱機関の効率はおよそ何％か。

[(1)]の解答群

①　(300，375，400，500)　②　(300，400，500，375)
③　(300，500，400，375)　④　(500，400，375，300)
⑤　(500，300，375，400)

[(2)]と[(3)]の解答群

①　2×10^2　②　3×10^2　③　4×10^2　④　2×10^3
⑤　3×10^3　⑥　4×10^3

[(4)]と[(5)]の解答群

①　1025　②　925　③　825　④　725
⑤　625　⑥　525

[(6)]の解答群

①　6.1　②　6.5　③　7.4　④　61
⑤　65　⑥　74

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 29 講　解答

1

ア　③　イ　③　ウ　②　エ　⑤　オ　②　カ　⑤

2

(1)　$T_A = \dfrac{P_0 V_0}{nR}$　　$T_B = \dfrac{3P_0 V_0}{nR}$

(2)　$3P_0 V_0$

(3)　$1.62P_0 V_0$

(4)　$-0.92P_0 V_0$

(5)　23％

3

(ア)　1　(イ)　4　(ウ)　0　(エ)　4　(オ)　5

(カ)　0　(キ)　1　(ク)　2　(ケ)　6　(コ)　8

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 29 講　確認テスト

【解答】

（1）②　　（2）③　　（3）②　　（4）⑤　　（5）①　　（6）①

【解説】

各状態での，状態方程式は

$$\begin{cases} \text{状態1}：(3.0\times10^5)\times(4.0\times10^{-3})=0.5\times R\times T_1 & \text{——①} \\ \text{状態2}：(4.0\times10^5)\times(4.0\times10^{-3})=0.5\times R\times T_2 & \text{——②} \\ \text{状態3}：(4.0\times10^5)\times(5.0\times10^{-3})=0.5\times R\times T_3 & \text{——③} \\ \text{状態4}：(3.0\times10^5)\times(5.0\times10^{-3})=0.5\times R\times T_4 & \text{——④} \end{cases}$$

（ただし，状態 i の温度を T_i とおいた。）

(1)　まず，$T_3=500$ [K]であり，① ÷ ③，② ÷ ③，④ ÷ ③より，各々

$$T_1=\frac{3}{5}T_3=\mathbf{300}\ [\mathrm{K}],\quad T_2=\frac{4}{5}T_3=\mathbf{400}\ [\mathrm{K}],\quad T_4=\frac{3}{4}T_3=\mathbf{375}\ [\mathrm{K}]$$

(2)

$$W_{2\to3}=(4.0\times10^5)\times(5.0-4.0)\times10^{-3}=\mathbf{4.0\times10^2}\ [\mathrm{J}]$$

(3)

$$W_{4\to1}{}'=-W_{4\to1}=-(3.0\times10^5)\times(4.0-5.0)\times10^{-3}=\mathbf{3.0\times10^2}\ [\mathrm{J}]$$

(4)　定積変化ゆえ，

$$Q_{1\to2}=0.5\times C_V\times(T_2-T_1)=0.5\times12.5\times100=\mathbf{625}\ [\mathrm{J}]$$

(5)　まず，内部エネルギーの変化は

$$\Delta U_{2\to3}=0.5\times C_V\times(T_3-T_2)=625\ [\mathrm{J}]$$

よって，熱力学第１法則より，

$$Q_{2\to3}=\Delta U_{2\to3}+W_{2\to3}=625+400=\mathbf{1025}\ [\mathrm{J}]$$

(6)　このサイクルの中で，気体が外から熱量を得たのは，1 → 2 と 2 → 3 ゆえ，熱効率 e は

$$e=\frac{W_{2\to3}+W_{4\to1}}{Q_{1\to2}+Q_{2\to3}}=\frac{400+(-300)}{625+1025}\fallingdotseq0.0606\fallingdotseq0.061$$

$\therefore$　**6.1％**

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。